



מצגת הכנה לבחינה הראשונה (Part I) של האיגוד
העולמי למומחי סיכונים (GARP) להסמכה הבינלאומית
"מנהל סיכונים פיננסיים" (FRM®) 2012

חלק ב. ניתוח כמותי
(20%)

המצגת מבוססת על סדרת הספרים של Kaplan Schweser ומיועדת ללימוד עצמי בלבד

רועי פולניצר, FRM, MBA

שווי פנימי

התוחלת (Expected Value)

- התוחלת הינה הממוצע המשוקלל של התוצאות האפשריות של משתנה מקרי, כאשר המשקלות הם ההסתברויות שהתוצאות אכן יתרחשו.

$$E(X) =$$

$$\sum P(x_i)x_i = P(x_1)x_1 + P(x_2)x_2 + \dots + P(x_n)x_n$$

השונות (Variance)

- השונות מספקת מדד למידת הפיזור של ערכי המשתנה המקרי סביב התוחלת (mean).
- השורש הריבועי של השונות נקרא סטיית התקן (standard deviation).

$$\text{שונות}(X) = E[(X - \mu)^2]$$

השונות המשותפת (Covariance)

- השונות המשותפת היא התוחלת של מכפלת הסטיות של שני משתנים מקריים מהתוחלות שלהם, בהתאמה.

$$Cov(R_i, R_j) = E\{[R_i - E(R_i)] \times [R_j - E(R_j)]\}$$

סכום משתנים מקריים (Sums) (of Random Variables)

• אם X ו- Y הם משתנים מקריים:

$$E(X + Y) = E(X) + E(Y)$$

• אם X ו- Y הם משתנים מקריים בלתי תלויים
:(independent)

$$Var(X + Y) = Var(X) + Var(Y)$$

סכום משתנים מקריים) Sums (of Random Variables

• אם X ו- Y אינם בלתי תלויים:

$$Var(X + Y) = Var(X) + Var(Y) + 2 \times Cov(X, Y)$$

דגימה מקרית פשוטה (Simple) (Random Sampling)

- בחירת מדגם כך שלכל פרט (item) באוכלוסיה יש את אותה הסבירות (likelihood, נראות) להיכלל במדגם.
- הפרטים הבודדים המוגרלים עבור המדגם ידועים כמשתנים מקריים בלתי תלויים ושווי התפלגות (i.i.d.- independent and identically distributed).
- טעות הדגימה (Sampling error) היא ההפרש בין סטטיסטי המדגם והפרמטר המתאים לו באוכלוסיה.

תכונות רצויות של אמד (Estimator)

- אמד **חסר הטיה** (unbiased) הינו אמד שעבורו תוחלת הערך הצפוי של האמד שווה לפרמטר שאותו אתה מנסה לאמוד.
- אמד **חסר הטיה הינו יעיל** (efficient) אם השונות של התפלגות הדגימה שלו קטנה יותר מאשר כל האמדים חסרי ההטיה האחרים של הפרמטר שאותו אתה מנסה לאמוד.
- אמד **עקבי** (consistent) הינו אמד שעבורו הדיוק של אומדן הפרמטר עולה ככל שמגדילים את גודל המדגם.

שונות האוכלוסיה (Population) (Variance)

- שונות האוכלוסיה מוגדרת כממוצע ריבועי הסטיות מהתוחלת.
- סטיית התקן של האוכלוסיה היא השורש הריבועי של שונות האוכלוסיה.

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \mu)^2}{N}$$

שונות המדגם (Sample Variance)

- שונות המדגם, s^2 , היא המדד לפיזור המתאים ביותר כאשר אנו אומדים מדגם של n תצפיות מתוך אוכלוסיה.
- השימוש ב- $n-1$ במקום ב- n במכנה משפר את התכונות הסטטיסטיות של s^2 כאמד לפרמטר σ^2 .

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

השונות המשותפת של המדגם (Sample Covariance)

- להלן נוסחת השונות המשותפת של המדגם:

$$\text{השונות המשותפת} = \sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{n - 1}$$

א-סימטריה (Skewness)

- א-סימטריה (Skewness או Skew), הינה מידת אי הסימטריות של ההתפלגות.
- הא-סימטריה של התפלגות נורמלית שווה לאפס.
- התפלגות א-סימטרית חיובית מאופיינת בחריגים רבים באזור העליון או בזנב הימני.
- התפלגות א-סימטרית שלילית הינה התפלגות בעלת כמות גדולה ולא פרופורציונלית של חריגים הנופלים באזור התחתון או בזנב השמאלי.

א-סימטריה (Skewness)

- להלן נוסחת הא-סימטריה (Skewness):

$$\text{סימטריה} - \text{הא} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^3}{S^3} \times \frac{1}{n}$$

גבנוניות (Kurtosis)

- גבנוניות (Kurtosis) הינה מדד לרמת המחוודות (peakedness) של ההתפלגות ביחס להתפלגות הנורמלית.
- נוסחת הגבנוניות העודפת (Excess Kurtosis) היא:
$$3 - \text{גבנוניות} = \text{גבנוניות עודפת}$$
- **לפטוקורטיק (Leptokurtic)** מתארת התפלגות מחודדת יותר מההתפלגות הנורמלית.
- **פלאטיקורטיק (Platykurtic)** מתארת התפלגות שטוחה יותר מההתפלגות הנורמלית.

גבנוניות (Kurtosis)

- להלן נוסחת הגבנוניות (Kurtosis):

$$\text{גבנוניות} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^4}{S^4} \times \frac{1}{n}$$

התפלגות נורמלית (Normal) (Distribution)

- ההתפלגות הנורמלית מתוארת לחלוטין על ידי התוחלת והשונות שלה.
- 68% מהתצפיות נופלות בטווח של ± 1.00 סטיות תקן מהתוחלת (1.00 סטיות תקן מכל צד של התוחלת).
- 90% מהתצפיות נופלות בטווח של ± 1.65 סטיות תקן מהתוחלת (1.65 סטיות תקן מכל צד של התוחלת).
- 95% מהתצפיות נופלות בטווח של ± 1.96 סטיות תקן מהתוחלת (1.96 סטיות תקן מכל צד של התוחלת).
- 99% מהתצפיות נופלות בטווח של ± 2.58 סטיות תקן מהתוחלת (2.58 סטיות תקן מכל צד של התוחלת).

משתנים מקריים סטנדרטיים

- משתנה מקרי סטנדרטי מנורמל (normalized) כך שיהיה בעל תוחלת של אפס וסטיית תקן של 1.
- ציון תקן (Z-score) מייצג את # (מספר) סטיות תקן של תצפית נתונה מתוחלת האוכלוסיה.

$$Z = \frac{\text{תוחלת האוכלוסיה} - \text{תצפית}}{\text{סטיית תקן}} = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

משפט הגבול המרכזי (CLT-) (Central Limit Theorem)

- משפט הגבול המרכזי: כאשר בוחרים מדגמים מקריים פשוטים מגודל n מתוך אוכלוסיה עם תוחלת μ ושונות קבועה σ^2 , אזי התפלגות הדגימה של תוחלות המדגמים שואפת להתפלגות הנורמלית עם תוחלת μ ושונות השווה ל- σ^2/n ככל שגודל המדגם גדל.

טעות התקן (Standard Error)

- טעות התקן של תוחלת המדגם הינה סטיית התקן של התפלגות תוחלות המדגמים.
- כאשר סטיית התקן של האוכלוסיה, σ , ידועה (known), טעות התקן של תוחלת המדגם מחושבת כדלקמן:

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

התפלגות T (T-Distribution)

- התפלגות t הינה התפלגות פעמונית (bell-shaped) הסימטרית סביב תוחלתה.
- זוהי ההתפלגות המתאימה לבניית רווחי סמך על בסיס מדגים קטנים מתוך אוכלוסיה בעלת שונות לא ידועה והתפלגות נורמלית או המפולגת בקירוב נורמלית.

$$t : \text{סטטיסטי} \quad t = \frac{X - \mu}{s / \sqrt{n}}$$

התפלגות χ^2 (Chi-Square Distribution)

- מבחן χ^2 משמש לצורך מבחני השערה על השונות של אוכלוסיה המפולגת נורמלית.

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \quad \text{חי : בריבוע סטטיסטי}$$

התפלגות F (F -Distribution)

- מבחן F משמש לצורך מבחני השערה על שוויון השונות של שתי אוכלוסיות.

$$F : \text{סטטיסטי} \quad F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

רווח סמך (Confidence Interval)

- אם אוכלוסיה מפולגת נורמלית עם שונות ידועה, אזי רווח סמך עבור תוחלת האוכלוסיה הוא:

$$\bar{X} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

- $Z_{\alpha/2} = 1.65$ עבור רווחי סמך של 90% (רמת מובהקות של 10%, 5% בכל זנב).

רווח סמך (Confidence Interval)

- $Z_{\alpha/2} = 1.96$ עבור רווחי סמך של 95% (רמת מובהקות של 5%, 2.5% בכל זנב).
- $Z_{\alpha/2} = 2.58$ עבור רווחי סמך של 99% (רמת מובהקות של 1%, 0.5% בכל זנב).

מבחני השערות (Hypothesis Testing)

- השערת האפס (H_0): השערה שהחוקר רוצה לדחות (reject). למעשה זו ההשערה הנבחנת והיא גם הבסיס לבחירת סטטיסטי המבחן.
- ההשערה האלטרנטיבית (H_A): מה שניתן להסיק והיה וישנה ראיה/עדות מובהקת לדחיית השערת האפס.
- מבחן דו-זנבי: בוחן האם ערך מסוים שונה מערך אחר, למשל:

$$H_0 : \mu = 0$$

$$H_A : \mu \neq 0$$

מבחני השערות (Hypothesis Testing)

- מבחן חד-זנבי עליון: מבחן הבודק האם ערך מסוים גדול יותר מערך אחר.

$$H_0 : \mu \leq 0$$

$$H_A : \mu > 0$$

- מבחן חד-זנבי תחתון: מבחן הבודק האם ערך מסוים קטן יותר מערך אחר.

$$H_0 : \mu \geq 0$$

$$H_A : \mu < 0$$

טעות מסוג I וטעות מסוג II **(Type I and Type II Errors)**

- טעות מסוג I: דחייה של השערת האפס כאשר היא למעשה נכונה. רמת המובהקות (Significance Level) היא ההסתברות לטעות סטטיסטית מסוג I.
- טעות מסוג II: כישלון בדחיית השערת האפס כאשר היא למעשה שגויה. עוצמת המבחן (Power of a Test) היא אחד פחות ההסתברות לטעות סטטיסטית מסוג II.

ההתפלגות הבינומית

(The Binomial Distribution)

- אומדת משתנה מקרי עם שתי תוצאות אפשריות על פני סדרה של n ניסיונות (trials).

- ההסתברות ל"הצלחה" בכל ניסיון שווה:

$$p(x) =$$

$$\binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

(מספר הדרכים לבחור x מתוך n)

- עבור משתנה מקרי בינומי:

- התוחלת = np

- השונות = $np(1-p)$

התפלגות פואסון

(The Poisson Distribution)

- משתנה מקרי פואסון X מייצג את מספר ההצלחות פר יחידה.
- הפרמטר למבדה (λ) מייצג את מספר ההצלחות הממוצע פר יחידה.
- בהתפלגות פואסון, התוחלת והשונות שווים לפרמטר, λ .

$$p(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

רגרסיה ליניארית פשוטה (Simple Linear Regression)

$$Y_i = B_0 + B_1 \times X_i + \varepsilon_i$$

• כאשר:

Y_i = המשתנה התלוי.

X_i = המשתנה הבלתי תלוי.

B_0 = מקדם החותך.

B_1 = מקדם השיפוע.

ε_i = איבר השגיאה.

סכום הריבועים הכללי (Total Sum of Squares)

- קיים סכום ריבועים כללי (TSS) סביב תוחלת המדגם עבור המשתנה התלוי במודל הרגרסיה.
- סכום הריבועים הכללי (TSS) =
סכום הריבועים המוסבר ע"י הרגרסיה (ESS) +
סכום הריבועים של השאריות (SSR)

$$\sum (Y_i - \bar{Y})^2 = \sum (\hat{Y} - \bar{Y})^2 + \sum (Y_i - \hat{Y})^2$$

מקדם ההסבר המרובה (Coefficient of Determination)

- מיוצג ע"י R^2 , זהו מדד לטיב ההתאמה של הרגרסיה.

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} = 1 - \frac{SSR}{TSS}$$

- ברגרסיה פשוטה עם שני משתנים, השורש הריבועי של R^2 הוא מקדם המתאם (r) בין X_i ו- Y_i .

- אם הקשר הוא חיובי, אזי:

$$r = \sqrt{R^2}$$



הנחות הרגרסיה הליניארית

- קיים קשר ליניארי בין המשתנה התלוי והמשתנה הבלתי תלוי.
- המשתנה הבלתי תלוי איננו מתואם עם איבר השגיאה.
- התוחלת של איבר השגיאה היא אפס.
- השונות של איבר השגיאה קבועה עבור כל המשתנים הבלתי תלויים.
- אין מתאם סדרתי בין איברי השגיאה.
- המודל מוגדר בצורה נכונה (קרי, לא הושמטו משתנים).

הפרות (Violations) של הנחות הרגרסיה

- **שונות משתנה (Heteroskedasticity)** מתרחשת כאשר שונות השאריות איננה שווה על פני כל התצפיות במדגם.
- **מתאם מלא (Multicollinearity)** מייצג מצב שבו שני משתנים בלתי תלויים או יותר, או צירופים ליניאריים של שני משתנים בלתי תלויים, ברגרסיה מרובה מתואמים באופן מושלם (perfectly correlated) אחד עם השני.



הפרות (Violations) של הנחות הרגרסיה

- מתאם סדרתי (Serial correlation) מייצג מצב שבו איברי השאריות מתואמים אחד עם השני.



טעות התקן של הרגרסיה (SER)

- מודדת את רמת ההשתנות של ערכי ה- Y בפועל ביחס לערכי ה- Y הנאמדים מתוך משוואת הרגרסיה.
- ה- SER מודד את "טיב" קו הרגרסיה.
- ככל שטעות התקן קטנה יותר, כך ההתאמה טובה יותר.

רגרסיה ליניארית מרובה (Multiple Linear Regression)

- רגרסיה פשוטה היא רגרסיה עם שני משתנים, משתנה אחד תלוי Y_i ומשתנה אחד בלתי תלוי X_i .
- לרגרסיה מרובה יש יותר ממשתנה אחד בלתי תלוי:

$$Y_i = B_0 + B_1 \times X_{1i} + B_2 \times X_{2i} + \varepsilon_i$$

ה- F הסטטיסטי (The F -statistic)

- ה- F הסטטיסטי מאפשר בחינה של ההשערה המשותפת (joint) שכל מקדמי השיפועים (ללא מקדם החותך כמובן) שווים לאפס.
- ה- F הסטטיסטי ניתן לחישוב כדלקמן:

$$F = \frac{ESS / df}{SSR / df}$$

מקדם ההסבר המרובה המתוקן (Adjusted R-Squared)

- מקדם ההסבר המרובה המתוקן או ה- R^2 המתוקן משמש לניתוח החשיבות של משתנה בלתי תלוי נוסף לרגרסיה.

$$\text{מקדם ההסבר המרובה} = 1 - (1 - R^2) \times \frac{n - 1}{n - k - 1}$$

מודל EWMA

- מודל ממוצע נע משוקלל מעריכית (EWMA) מניח משקלות הדועכים באופן מעריכי (exponentially) על פני הזמן.

$$\sigma_n^2 = (1 - \lambda)r_{n-1}^2 + \lambda\sigma_{n-1}^2$$

- כאשר:

λ = משקל האמד לתנודתיות הקודמת (בין 0 ל-1).



מודל EWMA

- ערכי λ גבוהים ימזערו את השפעת שיעורי התשואות היומיים על אמד התנודתיות הנוכחית, בשעה שערכי λ נמוכים יגדילו את השפעת שיעורי התשואות היומיים על אמד התנודתיות הנוכחית.

GARCH מודל

- מודל GARCH (1,1) מגלם את האמדים העדכניים ביותר של התנודתיות וריבועי התשואה, אך גם את המשתנה הלוקח בחשבון את השונות הממוצעת לטווח הארוך.

$$\sigma_n^2 = \omega + \alpha r_{n-1}^2 + \beta \sigma_{n-1}^2$$

GARCH מודל

• כאשר:

α = משקל התשואה בתקופה הקודמת

β = משקל האמד לשונות הקודמת

ω = משקל השונות לטווח הארוך

V_L = השונות הממוצעת לטווח הארוך

$$V_L = \frac{\omega}{1 - \alpha - \beta}$$

מודל GARCH

• $\alpha + \beta < 1$ עבור יציבות.

• מודל EWMA הוא מקרה פרטי של תהליך תנודתיות מסוג GARCH (1,1), כאשר:

$$\omega = 0, \quad \alpha = 1 - \lambda, \quad \beta = \lambda$$

GARCH מודל

- הסכום $\alpha + \beta$ נקרא היציבות (persistence), ואם נניח כי המודל הוא סטציונארי (stationary, יציב) על פני זמן (קרי, כולל תסוגה לתוחלת, mean reversion), הרי שהסכום האמור חייב להיות קטן מ-1.

סימולציית מונטה קרלו (Monte Carlo Simulation)

- שלב 1: בחר תהליך סטוכסטי ואת הפרמטרים שלו (למשל, קירוב לתנועה בראונית, Brownian motion).
- שלב 2: צור משתנים מקריים "כאילו-רציפים" (pseudosequence), באמצעות מחולל משתנים מקריים או Bootstrapping, והשתמש בהם כנתוני קלט במודל על מנת לסמלץ (simulate) מסלול למחיר.
- שלב 3: חשב את שווי הנכס עבור מסלול מחיר זה בסוף אופק ההשקעה.



סימולציית מונטה קרלו (Monte Carlo Simulation)

- שלב 4: הרץ מספר גדול של איטרציות עבור שלבים 2 ו-3.

פרופיל שווי פנימי

- שווי פנימי הינו משרד פרטי העוסק בייעוץ פיננסי בתחומים של הערכות שווי, ניהול סיכונים, ועוד.
- תחומי הידע והפעילות שלנו כוללים:
 - ☐ חוות דעת מומחה לבחינת כושר פירעון.
 - ☐ חוות דעת מומחה לצורך בחינת מתווה עסקה.
 - ☐ חוות דעת מומחה לבחינת עסקה.
 - ☐ עבודות תיקוף מודלים.
 - ☐ עבודות כלכליות לצרכי דוחות כספיים.
 - ☐ פיתוח מודל VaR עבור ועדת ההשקעות.



פרופיל שווי פנימי

- ☐ ייעוץ בניהול סיכונים לחברות.
- ☐ פיתוח מערכת לניהול סיכונים בחברות.
- ☐ פיתוח בנצ'מרק לניהול חוב.
- ☐ הערכות שווי של מוצרים פיננסיים ואופציות גלומות.
- ☐ פיתוח אלגוריתם לחישוב עקום הריביות מנתוני שוקי (עקום spot ו-forward).
- ☐ ייעוץ לחברות ביטוח על תמחור ערבויות
- ☐ תמחור וגידור של עסקאות פיננסיות למשקיעים שונים.



פרופיל שווי פנימי

- הערכת שווי של נכסים מורכבים, לרבות חבילות אופציות לעובדים ולבכירים לחברות רבות.
- ניתוח הסתברות default ודירוג פנימי/סינטי לחברות.
- חוות דעת מקצועיות לבתי משפט ולרגולטורים.

פרטי הבעלים: מר רועי פולניצר, MBA (fin.), FRM

- מחזיק בתואר M.B.A (בהצטיינות) במימון ותואר B.A מאוניברסיטת בן גוריון בכלכלה עם התמחות במימון, הסמכת "מנהל סיכונים פיננסיים" (FRM) מספר 194688 וחבר באיגוד העולמי למומחי סיכונים (GARP).
- בעל ניסיון אינטנסיבי של עשור שנים בתחומי הערכות השווי וניהול הסיכונים, הכולל ביצוע אלפי הערכות שווי ועבודות ניהול סיכונים למשרדי רואי חשבון, משרדי ייעוץ כלכלי, חברות פרטיות וציבוריות.

פרטי הבעלים: מר רועי פולניצר, MBA (fin.), FRM

- לשעבר מרצה בנגזרות וניהול סיכונים, בתחום ניתוח דוחות כספיים והערכות שווי, בבית הספר לכלכלה במכללה האקדמית אשקלון ובמוסדות אקדמיים שונים, עוזר מחקר בתחום ניהול הסיכונים בבנקאות הישראלית של ד"ר שילה ליפשיץ, ראש תחום הערכות השווי במשרד רואי חשבון רוה-רביד (כיום Russell Bedford ישראל), מנהל סיכונים וראש תחום שווי הוגן של חברת עגן יעוץ אקטוארי פיננסי ועסקי, כמנהל סיכונים ומודליסט ראשי של ועדת



פרטי הבעלים: מר רועי פולניצר, MBA (fin.), FRM

השקעות באוניברסיטת בן גוריון, וכמרצה בקורסים
בתחום ניתוח ניירות ערך ומכשירים פיננסיים ובניהול
תיקים במסגרת קורס הכנה פרטי לבחינות הרשות
לניירות ערך לרישיון מנהל תיקים בישראל.



"ללא הערכות שווי, ניהול הסיכונים הוא בלתי אפשרי"

John C. Hull (ג'ון הל)

כותב "התנ"ך של הנגזרים" (The derivatives bible),
הספר Options, Futures, and Other Derivatives
2009



רועי פולניצר, MBA, FRM
בעלים

שווי פנימי

Polanitz6@gmail.com

052.598.1668