

כפל מטריצות

ניתן לכפול מטריצות זו בזו, בתנאי שמספר העמודות של המטריצה הראשונה שווה למספר השורות של השנייה, כלומר בתנאי שהסדר שלהן הוא מהצורה $a \times b$ ו- $b \times c$.

לדוגמא, אם מטריצה X היא מסדר 2×3

$$X = \begin{bmatrix} 6 & 2 & 1 \\ 8 & 9 & 4 \end{bmatrix}$$

ומטריצה Y היא מסדר 3×2

$$Y = \begin{bmatrix} 2 & 8 & 4 & 0 \\ 3 & 4 & 2 & 3 \\ 1 & 6 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

לכן, ניתן לכפול את שתי המטריצות הללו מאחר ומספר העמודות במטריצה X (3 במקרה דנן שלפנינו) שווה למספר השורות במטריצה Y (3 במקרה דנן שלפנינו). לפיכך, ניתן לחשב $Z = XY$, מטריצה Z היא מסדר 2×4 (מספר השורות של מטריצה X כפול מספר העמודות של מטריצה Y).

באופן כללי, תוצאת המכפלה של מטריצה מסדר $a \times b$ במטריצה מסדר $b \times c$, היא מטריצה מסדר $a \times c$, כפי שנראה להלן. הכפלת מטריצות X במטריצה Y לעיל תתבצע באופן הבא:

$$\begin{bmatrix} 6 & 2 & 1 \\ 8 & 9 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 8 & 4 & 0 \\ 3 & 4 & 2 & 3 \\ 1 & 6 & 3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} & z_{14} \\ z_{21} & z_{22} & z_{23} & z_{24} \end{bmatrix}$$

$$X \times Y = Z$$

לכן על מנת לחשב את האלמנט הראשון (z_{11}) של מטריצה **Z** עלינו לחשב את סכום המכפלות של השורה הראשונה של מטריצה **X** בעמודה הראשונה של מטריצה **Y**, כדלקמן:

$$(6 \times 2) + (2 \times 3) + (1 \times 1) = 19$$

האלמנטים האחרים בשורה העליונה של מטריצה **Z**, (z_{12} z_{13} z_{14}) מחושבים באופן דומה באמצעות השורה הראשונה של מטריצה **X** והעמודה השנייה, השלישית והרביעית של מטריצה **Y**, בהתאמה: התוצאות הן

$$z_{12} = (6 \times 8) + (2 \times 4) + (1 \times 6) = 62$$

$$z_{13} = (6 \times 4) + (2 \times 2) + (1 \times 3) = 31$$

$$z_{14} = (6 \times 0) + (2 \times 3) + (1 \times 0) = 6$$

השורות הבאות של מטריצה **Z** מחושבות באמצעות השורות העוקבות של מטריצה **X** וכל העמודות המתאימות של מטריצה **Y**. מכאן נקבל ש-

$$Z = \begin{bmatrix} 19 & 62 & 31 & 6 \\ 47 & 126 & 62 & 27 \end{bmatrix}$$

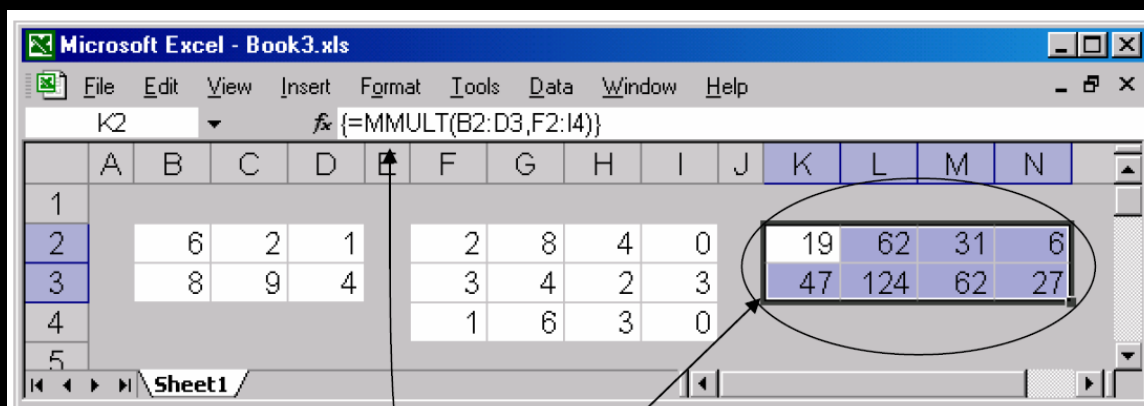
שימו לב שכפל המטריצות הוא אסוציאטיבי, כלומר,

$$A(BC) = AB(C)$$

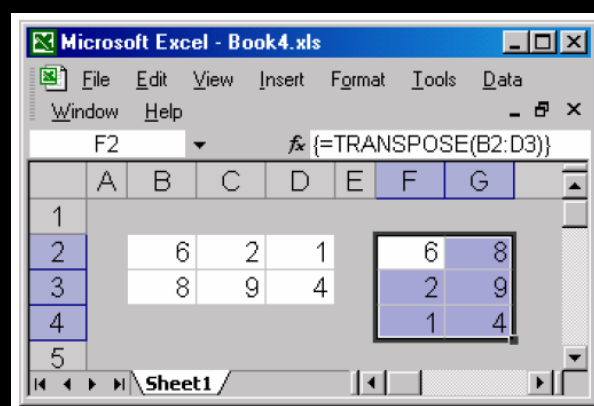
עם זאת, כפל המטריצות אינו קומוטטיבי (Commutative, ניתן להחלפה), כלומר באופן כללי,

$$AB \neq BA$$

לאקסל יש פונקציה שנקראת MMULT עבור כפל מטריצות. בדומה לחיבור מטריצות, הכרחי שהנתונים יוכנסו לנוסחה כמערך. משמעות הדבר היא בחירת המערך הנכון של התאים עבור התוצאה, הקלדת הנוסחה ואז הזנתה על ידי לחיצה בו זמנית על Shift, Ctrl ו-Enter.



בעת שיחלוף מטריצה השורה העליונה של המטריצה המקורית הופכת לטור הראשון של המטריצה המשוכלפת, וכך הלאה. לאקסל יש פונקציה שנקראת TRANSPOSE עבור שיחלוף מטריצה. גם פונקציה זו דורשת לחיצה בו זמנית על Shift, Ctrl ו-Enter.



פרטים אודות כותב המאמר: האקטואר רועי פולניצר, FRM

רועי בעל תואר שני במימון (התמחות בניהול סיכונים ואקטואריה) ותואר ראשון בכלכלה (התמחות במימון), שניהם מאוניברסיטת בן-גוריון בנגב, בעל דיפלומה בניהול סיכונים פיננסיים (FRM®) מאוניברסיטת אריאל בשומרון ולמד בתוכנית ללימודי תעודה באקטואריה באוניברסיטת חיפה. כמו כן, רועי אקטואר מלא



(Fellow) בלשכת מעריכי השווי והאקטוארים הפיננסיים בישראל (F.I.L.A.V.F.A.), מוסמך כמעריך שווי מימון תאגידי (CFV) מטעם לשכת מעריכי השווי והאקטוארים הפיננסיים בישראל (IAVFA), מוסמך כמנהל סיכונים פיננסיים (FRM) מטעם האיגוד העולמי למומחי סיכונים (GARP) ומוסמך כמומחה לניהול סיכונים (CRM) מטעם האיגוד הישראלי למנהלי סיכונים (IARM).

לרועי ניסיון של מעל ל-15 שנה בביצוע ניתוחים כמותיים במכשירים פיננסיים, בהערכת שווי תאגידים ונכסים בלתי מוחשיים, באמידה וכימות סיכונים כמו תמותה, אריכות ימים, תחלואה, ביטולים והחלמה מנכות, ובמידול ומדידת סיכונים שוק, אשראי, תפעוליים, מודל, נזילות והשקעות לצורכי יישום הוראות רגולטוריות ותקינה חשבונאית, פיתוח, יישום ותיקוף מודלים בתחומים של הערכות שווי, ניהול סיכונים, אקטואריה והנדסה פיננסית, קביעת תעריפי ביטוח חיים, הערכת פרמיות סיכון והערכת עתודות ביטוח, קביעת עלות תנאי פנסיות (צוברות ותקציביות) והכנת מאזנים אקטואריים לקרנות פנסיה, ניתוח וחיזוי מצבים פיננסיים מורכבים וכן העברת סמינרי הדרכה והשתלמויות בתחומי התמחותו: מימון, אקטואריה, הערכות שווי, בנקאות, ניהול סיכונים, אופציות והנדסה פיננסית.

ניסיונו של רועי בתחום האלגברה הלינארית כולל: מערכות משוואות לינאריות, וקטורים ב- R^n , מטריצות ריבועיות, מטריצות אלמנטריות, מרחבים וקטורים, מרחבי מכפלה פנימית,



אורתוגנליות, דטרמיננטות, ערכים עצמיים, וקטורים עצמיים, לכסון, תבניות ריבועיות ומשוואות הפרשים.

ניסיונו של רועי בתחום האנליזה, כולל: תכונות טופולוגיות של קבוצות במרחב אוקלידי, קבוצות קמורות, משפטי הפרדה, פונקציות קמורות וקעורות, תכונות ואפיונים, שגאת סיכון, אופטימיזציה של פונקציות עם ובלי אילוצים, משפט הפונקציות הסתומות, משפט המעטפת, משוואות דיפרנציאליות מסדרים שונים, מערכות של משוואות דיפרנציאליות ושיטות של אופטימיזציה דינאמית.