היפוך מטריצות

ניתן להשתמש באלגברה של מטריצות לפתרון שמשוואות סימולטניות. זה כרוך כמובן במציאת המטריצה ההופכית של מטריצה ריבועית. היפוך מטריצה הוא משימה מייגעת, אך למרבה המזל לתוכנת אקסל יש פונקציה שיודעת לעשות זאת עבורנו. הסימון עבור המטריצת ההופכית של מטריצה **A** הוא **A^{-1}**.

נאמר מראש רק לחלק מהמטריצות הריבועיות יש מטריצות הופכיות. מטריצה הופכית היא מטריצה כזו שמכפלתה שבמטריצה ההופכית שלה תניב מטריצת יחידה (Identity Matrix). מטריצת יחידה הינה מטריצה שבה כל ערך הוא אפס מלבד האלכסון הראשי המורכב מאחדים. באופן אלגברי,

$$AA^{-1} = A^{-1}A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

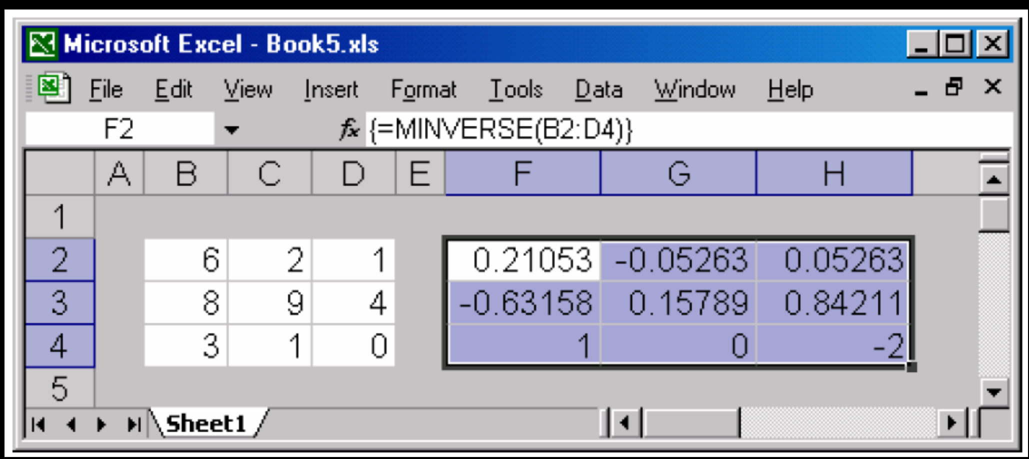
זוהי כמובן מטריצת יחידה מסדר 2 x 2 והיא מסומנת באות **I**.

למטריצת היחידה יש מאפיין מסוים שכאשר משתמשים בה לכפל מטריצות היא משאירה את המטריצה המוכפלה ללא שינוי (ממש כמו הכפלתו של סקלר ב- 1, התוצאה תהיה אותו סקלר).

כאמור, לא ניתן לחלק מטריצות. עם זאת, אם למטריצה ריבועית כלשהי יש מטריצה הופכית, או אז במקום לחלק אנו יכולים לכפול במטריצה ההופכית כדי להשיג את התוצאות הרצויות. על מנת לגזור את המטריצה ההופכית באופן ידני ולא ממוחשב, יש ליצור מטריצה מחולקת (Partitioned Matrix). מטריצה מחולקת מתקבלת על ידי הצבת מטריצת יחידה לצד המטריצה שאותה רוצים להפוך, למשל,

$$\begin{bmatrix} 6 & 2 & 1 \\ 8 & 9 & 4 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

המטרה היא אם כן להמיר את המטריצה המקורית למטריצת יחידה על ידי חיבור או חיסור מספר שורות ביחד ריבוי. כאשר המטריצה משמאל היא מטריצת יחידה, אזי המטריצה המתקבלת מימין תהיה המטריצה ההופכית של המטריצה המקורית. לא נציג כאן את תהליך ההיפוך, במקום זאת נמחיש את השימוש בפונקציית MINVERSE באקסל.



היפוך מטריצות הוא נדבך בניתוחים סטטיסטיים רבים כמו גם ביישומים מתמטיים. לדוגמא חבילות סטטיסטיות כמו EViews מיישמות ניתוח רגרסיה באמצעות היפוך מטריצות.

פרטים אודות כותב המאמר: האקטואר רועי פולניצר, FRM

רועי בעל תואר שני במימון (התמחות בניהול סיכונים ואקטואריה) ותואר ראשון בכלכלה (התמחות במימון), שניהם מאוניברסיטת בן-גוריון בנגב, בעל דיפלומה בניהול סיכונים פיננסיים (FRM®) מאוניברסיטת אריאל בשומרון ולמד בתוכנית ללימודי תעודה באקטואריה באוניברסיטת חיפה. כמו כן, רועי אקטואר מלא (Fellow) בלשכת מעריכי השווי והאקטוארים הפיננסיים בישראל (F.IL.A.V.F.A.), מוסמך כמעריך שווי מימון תאגידי (CFV) מטעם לשכת מעריכי השווי והאקטוארים הפיננסיים בישראל

(IAVFA), מוסמך כמנהל סיכונים פיננסיים (FRM) מטעם האיגוד העולמי למומחי סיכונים (GARP) ומוסמך כמומחה לניהול סיכונים (CRM) מטעם האיגוד הישראלי למנהלי סיכונים (IARM).

לרועי ניסיון של מעל ל- 15 שנה בביצוע ניתוחים כמותיים במכשירים פיננסיים, בהערכת שווי תאגידים ונכסים בלתי מוחשיים, באמידה וכימות סיכונים כמו תמותה, אריכות ימים, תחלואה, ביטולים והחלמה מנכות, ובמידול ומדידת סיכוני שוק, אשראי, תפעוליים, מודל, נזילות והשקעות לצורכי יישום הוראות רגולטוריות ותקינה חשבונאית, פיתוח ,יישום ותיקוף מודלים בתחומים של הערכות שווי, ניהול סיכונים, אקטואריה והנדסה פיננסית, קביעת תעריפי ביטוח חיים, הערכת פרמיות סיכון והערכת עתודות ביטוח, קביעת עלות תנאי פנסיות (צוברות ותקציביות) והכנת מאזנים אקטואריים לקרנות פנסיה, ניתוח וחיזוי מצבים פיננסיים מורכבים וכן העברת סמינרי הדרכה והשתלמויות בתחומי התמחותו: מימון, אקטואריה, הערכות שווי, בנקאות, ניהול סיכונים, אופציות והנדסה פיננסית.

ניסיונו של רועי בתחום האלגברה הלינארית כולל: מערכות משוואות לינאריות, וקטורים ב- R^n, מטריצות ריבועיות, מטריצות אלמנטריות, מרחבים וקטורים, מרחבי מכפלה פנימית, אורתוגנליות, דטרמיננטות, ערכים עצמיים, וקטורים עצמיים, לכסון, תבניות ריבועיות ומשוואות הפרשים.

ניסיונו של רועי בתחום האנליזה, כולל: תכונות טופולוגיות של קבוצות במרחב אוקלידי, קבוצות קמורות, משפטי הפרדה, פונקציות קמורות וקעורות, תכונות ואפיונים, שנאת סיכון, אופטימיזציה של פונקציות עם ובלי אילוצים, משפט הפונקציות הסתומות, משפט המעטפת, משוואות דיפרנציאליות מסדרים שונים, מערכות של משוואות דיפרנציאליות ושיטות של אופטימיזציה דינאמית.