



אמידת דירוג אשראי והסתברות לחדלות פירעון - חלק ב'

רועי פולניצר, FRM, CRM, MBA

שווי פנימי



תוכן העניינים:

1. תשואות איגרת חוב
2. אמידת הסתברויות לחדלות פירעון מתוך מחירי איגרות חוב
3. שיעור הריבית חסרת הסיכון
4. עסקאות החלפה מסוג AS

1. תשואות איגרת חוב

- נניח איגרת חוב של ממשלת ארה"ב לשנתיים עם קרן של 100 דולר המשלמת קופון בשיעור של 6% לשנה (בתשלומים חצי שנתיים).
- טבלה 3 מתארת את עקום התשואות של שיעורי הריביות המידיים (Spot) על איגרות חוב של ממשלת ארה"ב (בחישוב רציף).

<i>Maturity (years)</i>	<i>Zero rate (%) (continuously compounded)</i>
0.5	5.0
1.0	5.8
1.5	6.4
2.0	6.8

1. תשואות איגרת חוב

- על מנת לחשב את הערך הנוכחי של הקופון הראשון בגובה 3 דולר, נהוון אותו ב- 5.0% ל- 6 חודשים.
- על מנת לחשב את הערך הנוכחי של הקופון השני בגובה 3 דולר, נהוון אותו ב- 5.8% לשנה אחת, וכך הלאה.
- לפיכך, המחיר התיאורטי של איגרת החוב הוא:

$$3e^{-0.05 \times 0.5} + 3e^{-0.05 \times 1.0} + 3e^{-0.05 \times 1.5} + 103e^{-0.05 \times 2.0} = 98.39$$

- שיעור התשואה לפדיון (Yield to Maturity) של איגרת החוב הוא שיעור ההיוון הבודד, שכאשר מהוונים בו את כל תזרימי המזומנים, מקבלים שהמחיר התיאורטי של איגרת החוב שווה למחיר השוק שלה.

1. תשואות איגרת חוב

- נניח שהמחיר התיאורטי של האיגרת, 98.39 דולר, הוא גם מחיר השוק שלה.
- אם y הוא שיעור התשואה לפדיון של איגרת החוב, מחושב באופן רציף, אזי חייב להיות ש:-

$$3e^{-y \times 0.5} + 3e^{-y \times 1.0} + 3e^{-y \times 1.5} + 103e^{-y \times 2.0} = 98.39$$

- ניתן לפתור את המשוואה באמצעות חישוב איטרטיבי ("ניסוי וטעייה"), ונקבל $y = 6.76\%$.

1. תשואות איגרת חוב

- תשואת הפארי (Par Yield) עבור איגרת חוב היא שיעור הקופון שגורם למחיר איגרת החוב להיות שווה לערך הפארי שלה (ערך הפארי שווה לערך הנקוב).
- בדרך כלל איגרת החוב משלמת קופונים חצי שנתיים.
- נניח שהקופון באיגרת חוב לשנתיים בדוגמא שלנו הוא c לשנה (או $0.5c$ לשנה).
- באמצעות עקום התשואות של שיעורי הריביות המידיים בטבלה 3, שווי איגרת החוב שווה לערך הפארי של איגרת החוב (100), כאשר:

$$\frac{c}{2} e^{-0.05 \times 0.5} + \frac{c}{2} e^{-0.05 \times 1.0} + \frac{c}{2} e^{-0.05 \times 1.5} + \left(100 + \frac{c}{2} \right) e^{-0.05 \times 2.0} = 98.39$$



1. תשואות איגרת חוב

- אם נפתור את המשוואה, נקבל $c = 6.87$.
- תשואת הפארי לשנתיים היא 6.87% לשנה בחישוב חצי שנתי (או 6.75% בחישוב רציף).



תוכן העניינים:

1. תשואות איגרת חוב
2. **אמידת הסתברויות לחדלות פירעון מתוך מחירי איגרות חוב**
3. שיעור הריבית חסרת הסיכון
4. עסקאות החלפה מסוג AS

2. אמידת הסתברויות לחדלות פירעון

מתוך מחירי איגרות חוב

- ניתן לאמוד את ההסתברות לחדלות פירעון של חברה מתוך מחירי איגרות חוב שהחברה הנפיקה.
- ההנחה היא שהסיבה היחידה לכך שאיגרת חוב קונצרנית נמכרת במחיר נמוך מזה של איגרת חוב חסרת סיכון הינה ההסתברות לחדלות פירעון.
- הנחה זו איננה מושלמת.
- בפרקטיקה מחירה של איגרת חוב קונצרנית מושפע מנזילותה.
- ככלל, ככל שהנזילות נמוכה יותר, כך המחיר נמוך יותר.

2. אמידת הסתברויות לחדלות פירעון

מתוך מחירי איגרות חוב

- נתחיל מחישוב מקורב.
- נניח איגרת חוב המניבה 200 נקודות בסיס (2%) יותר מאיגרת חוב חסרת סיכון וכי שיעור ההשבה הצפוי במקרה של חדלות פירעון הוא 60%.
- מחזיק איגרת חוב קונצרנית חייב לצפות להפסיד 200 נקודות בסיס (או 2% לשנה) כתוצאה מחדלות פירעון.
- בהינתן ששיעור ההשבה הוא 60%, אנו מקבלים אומדן הסתברות לחדלות פירעון לשנה, מותנית בכל שלא ארעה חדלות פירעון מוקדם יותר, של $0.02 / (1 - 0.60) = 5.00\%$.

2. אמידת הסתברויות לחדלות פירעון מתוך מחירי איגרות חוב

- באופן כללי

$$\bar{\lambda} = \frac{S}{1-R}$$

- כאשר $\bar{\lambda}$ היא העוצמה הממוצעת לחדלות הפירעון (שיעור הסכנה או ההסתברות המותנית הממוצעת לחדלות פירעון) לשנה, S הוא המרווח של תשואת איגרת החוב הקונצרנית מעל לריבית חסרת הסיכון, ו- R הוא שיעור ההשבה הצפוי.

2. אמידת הסתברויות לחדלות פירעון

מתוך מחירי איגרות חוב

- ניקח לדוגמא את חברת בזק נכון ל- 31.12.2012:

סדרה	סוג הצמדה	מח"מ	שת"פ	אינפלציה חזויה	שת"פ נומינלי	ריבית חסרת סיכון נומינלית	מרווח אשראי
בזק אגח 5	מדד	1.85	0.57%	2.07%	2.65%	1.82%	0.83%
בזק אגח 6	מדד	6.97	2.25%	2.63%	4.94%	3.53%	1.41%
בזק אגח 7	ריבית משתנה	6.99	3.20%	N/A	3.20%	2.02%	1.18%
בזק אגח 8	שקלי	3.15	2.82%	N/A	2.82%	2.18%	0.64%

- נניח כי שיעור ההפסד הצפוי הינו 40% ונקבל:

סדרה	s	1-R	λ
בזק אגח 5	0.83%	40.00%	2.08%
בזק אגח 6	1.41%	40.00%	3.53%
בזק אגח 7	1.18%	40.00%	2.95%
בזק אגח 8	0.64%	40.00%	1.59%

2. אמידת הסתברויות לחדלות פירעון

מתוך מחירי איגרות חוב

- כעת נציג חישוב יותר מדויק.
- נניח שלאגרת החוב הקונצרנית מהדוגמא הקודמת יש טווח לפדיון של 5 שנים, היא משלמת קופון של 6% לשנה (בתשלומים חצי שנתיים) ותשואת האגרת החוב היא 7% לשנה (בחישוב רציף).
- שיעור התשואה לפדיון של אגרת חוב חסרת סיכון דומה (מבחינת טווח לפדיון ותשלומי קופון) היא 5% (בחישוב רציף).
- מהתשואות נובע שמחירה של אגרת החוב הקונצרנית הוא 95.34 ומחירה של אגרת החוב הסיכון הוא 104.09.
- ההפסד הצפוי כתוצאה מחדלות פירעון על פני 5 שנים (משך חיי אגרות החוב דנן) הוא **8.75 דולר** $104.09 - 95.34 =$

2. אמידת הסתברויות לחדלות פירעון

מתוך מחירי איגרות חוב

- נניח שההסתברות לחדלות פירעון לשנה (בהנחה כי ההסתברות היא זהה בכל שנה) היא Q .
- טבלה 4 מציגה חישוב של ההפסד על איגרת חוב במונחים של הסתברויות חדלות פירעון, Q על ערך נקוב של 100 דולר.

<i>Time (years)</i>	<i>Default probability</i>	<i>Recovery amount (\$)</i>	<i>Risk-free value (\$)</i>	<i>Loss given default (\$)</i>	<i>Discount factor</i>	<i>PV of expected loss (\$)</i>
0.5	Q	40	106.73	66.73	0.9753	$65.08Q$
1.5	Q	40	105.97	65.97	0.9277	$61.20Q$
2.5	Q	40	105.17	65.17	0.8825	$57.52Q$
3.5	Q	40	104.34	64.34	0.8395	$54.01Q$
4.5	Q	40	103.46	63.46	0.7985	$50.67Q$
<i>Total</i>						$288.48Q$

2. אמידת הסתברויות לחדלות פירעון

מתוך מחירי איגרות חוב

- כאמור, טבלה 4 מחשבת את ההפסד הצפוי מחדלות פירעון במונחים של Q ובהנחה שחדלות פירעון יכולה להתרחש בזמנים 0.5, 1.5, 2.5, 3.5 ו- 4.5 שנים (מיד לפני מועדי תשלום הקופון).
- נניח כי שיעור הריבית חסרת הסיכון לכל טווח לפדיון הוא 5% (בחישוב רציף).
- על מנת להדגים את החישובים, ניקח את השורה של שנה 3.5 בטבלה 4.

2. אמידת הסתברויות לחדלות פירעון

מתוך מחירי איגרות חוב

- תוחלת שווי איגרת החוב הקונצרנית בזמן 3.5 שנים (מחושבת באמצעות שיעורי ריביות עתידיים ובהנחה שאין אפשרות לחדלות פירעון) היא:

$$3e^{-0.05 \times 0.0} + 3e^{-0.05 \times 0.5} + 3e^{-0.05 \times 1.0} + 103e^{-0.05 \times 1.5} = 104.34$$

- בהינתן ששיעור ההשבה הוא 40%, הרי שהסכום שיושב אם החברה תגיע לחדלות פירעון הוא 40, כך שההפסד בהינתן חדלות פירעון הוא 64.34 דולר $= 104.34 - 40$.
- הערך הנוכחי של ההפסד הוא 54.01.
- לפיכך, ההפסד הצפוי הוא 54.01Q.
- סך ההפסדים הצפויים הם 288.48Q.

2. אמידת הסתברויות לחדלות פירעון

מתוך מחירי איגרות חוב

- אם נקבע שסך ההפסד הצפוי שווה ל- 8.75, נקבל ש- Q שווה ל- $8.75/288.48 = 3.03\%$.
- החישובים שהצגנו מניחים כי ההסתברות לחדלות פירעון היא קבועה וכי חדלויות הפירעון קורות רק פעם אחת במהלך השנה.
- ניתן להרחיב את החישובים כך שיניחו שחדלויות הפירעון יכולות להתרחש בתדירות גבוהה יותר.
- בנוסף, במקום להניח הסתברות שולית (לא מותנית) קבועה לחדלות פירעון ניתן להניח עוצמה קבועה לחדלות פירעון (שיעור סכנה או הסתברות מותנית לחדלות פירעון) או להניח דפוס מסוים להשתנות של ההסתברויות לחדלות פירעון על פני זמן.

2. אמידת הסתברויות לחדלות פירעון

מתוך מחירי איגרות חוב

- ניתן לאמוד מספר פרמטרים המתארים את המבנה העתי של ההסתברויות לחדלות פירעון באמצעות מספר איגרות חוב.
- נניח, לדוגמא, שיש לנו איגרות חוב עם טווחים לפדיון של 3, 5, 7 ו- 10 שנים.
- ניתן להשתמש באיגרת החוב הראשונה על מנת לאמוד את ההסתברות לחדלות פירעון לשנה עבור 3 השנים הראשונות.
- ניתן להשתמש באיגרת החוב השנייה על מנת לאמוד את ההסתברות לחדלות פירעון לשנה עבור שנה 4 ושנה 5.
- ניתן להשתמש באיגרת החוב השלישית על מנת לאמוד את ההסתברות לחדלות פירעון לשנה עבור שנה 6 ושנה 7.

2. אמידת הסתברויות לחדלות פירעון

מתוך מחירי איגרות חוב

- ניתן להשתמש באיגרת החוב הרביעית על מנת לאמוד את ההסתברות לחדלות פירעון לשנה עבור שנה 8, שנה 9 ושנה 10.
- שיטה זו מקבילה לשיטת ה- Bootstrap לחישוב עקום תשואות חלק (Zero Curve).



תוכן העניינים:

1. תשואות איגרת חוב
2. אמידת הסתברויות לחדלות פירעון מתוך מחירי איגרות חוב
3. **שיעור הריבית חסרת הסיכון**
4. עסקאות החלפה מסוג AS

3. שיעור הריבית חסרת הסיכון

- כאשר משתמשים במחירי איגרות חוב לאמידת ההסתברויות לחדלות פירעון, הנושא העיקרי הוא המשמעות של "שיעור ריבית חסרת סיכון" ו-"איגרת חוב חסרת סיכון".
- בנוסחה,

$$\bar{\lambda} = \frac{s}{1-R}$$

- המרווח s הוא עודף התשואה של איגרת חוב קונצרנית על התשואה של איגרת חוב חסרת סיכון דומה.
- הבנצ'מרק לריבית חסרת הסיכון המשמש לציטוט תשואות של איגרות חוב קונצרניות היא התשואה על איגרות חוב של ממשלת ארצות הברית מסוג U.S. Treasury Securities (Continuously Compounded) Interest Rates.

3. שיעור הריבית חסרת הסיכון

- לדוגמא, טריידר של איגרות חוב יכול לצטט תשואה על איגרת חוב ספציפית כמרווח של 250 נקודות בסיס מעל לשיעורי התשואות לפדיון איגרות חוב של ממשלת ארצות הברית מסוג U.S. Treasury Securities Interest Rates (Continuously Compounded).
- טריידרים של איגרות חוב בדרך כלל משתמשים בשיעורי LIBOR/swap כאמדים מייצגים (Proxies) לריביות חסרות סיכון לצורך הערכת שווי נגזרים.
- טריידרים של איגרות חוב משתמשים גם בשיעורי LIBOR/swap לחישוב ההסתברויות לחדלות הפירעון.



3. שיעור הריבית חסרת הסיכון

- לדוגמא, כאשר טריידרים של איגרות חוב קובעים את ההסתברויות לחדלות פירעון מתוך מחירי איגרות חוב, המרווח s הוא המרווח של תשואת איגרת החוב מעל לשיעור ה-LIBOR/swap.

3. שיעור הריבית חסרת הסיכון

- בנוסף, שיעורי ההיוון חסרי הסיכון ששימשו בחישובים שבטבלה 3 הם שיעורי LIBOR/swap.
- ניתן לחלץ את שיעור הריבית חסרת הסיכון המשתמעת הגלומה בעסקאות החלפת חדלות פירעון (CDS- Credit Default Swaps).
- שיעור הריבית המשתמעת הגלומה מסתמנת כשווה בקירוב לשיעור ה- LIBOR/swap פחות 10 נקודות בסיס בממוצע.
- זהו אומדן מתקבל על דעת.
- סיכון האשראי הגלום בשיעור ה- swap הוא סיכון האשראי מביצוע סדרה של הלואות ל- 6 חודשים לצדדים נגדיים בדירוג AA ו- 10 נקודות בסיס היא פרמיית סיכון חדלות פירעון סבירה עבור מכשיר עם טווח פירעון של 6 חודשים בדירוג AA.



תוכן העניינים:

1. תשואות איגרת חוב
2. אמידת הסתברויות לחדלות פירעון מתוך מחירי איגרות חוב
3. שיעור הריבית חסרת הסיכון
4. עסקאות החלפה מסוג AS

4. עסקאות החלפה מסוג AS

- בפרקטיקה לעיתים קרובות, טריידרים של איגרות חוב משתמשים במרווחי עסקאות החלפת נכסים (Assets Swaps) כדרך לחילוץ הסתברויות לחדלות פירעון מתוך מחירי איגרות חוב.
- זאת מאחר ומרווחי עסקאות החלפה מסוג AS מספקים אומדן ישיר למרווח של תשואות איגרות חוב על עקום ה-LIBOR/swap.
- על מנת להסביר כיצד עובדות עסקאות החלפת נכסים, ניקח מצב שבו מרווח עסקת החלפת נכס עבור איגרת חוב מסוימת מצוטט כ- 150 נקודות בסיס.
- ישנם שלושה מצבים אפשריים:

4. עסקאות החלפה מסוג AS

1. איגרת החוב נמכרת בערך הפארי שלה, נגיד ב- 100. עסקת ההחלפה כרוכה בכך שצד אחד (חברה A) משלם את הקופון על איגרת החוב והצד השני (חברה B) משלם LIBOR בתוספת 150 נקודות בסיס. נציין שהקופונים המובטחים הם שמוחלפים וההחלפות מתבצעות בהתעלם מחדלויות הפירעון של איגרת החוב.
2. איגרת החוב נמכרת בפחות מערך הפארי שלה, נגיד ב- 95. עסקת ההחלפה נבנית כך שבנוסף לקופונים, בעת ההקמה חברה A משלמת 5 דולר לכל 100 דולר ערך נקוב. חברה B משלמת כרגיל LIBOR בתוספת 150 נקודות בסיס.

4. עסקאות החלפה מסוג AS

3. איגרת החוב נמכרת בפחות מערך הפארי שלה, נגיד 108.
עסקת ההחלפה נבנית כך שבנוסף ל-LIBOR בתוספת 150
נקודות בסיס, בעת ההקמה חברה B משלמת תשלום של 8
דולר לכל 100 דולר ערך נקוב. חברה A משלמת כרגיל את
הקופונים.
- ההשפעה של כל זה היא שהערך הנוכחי של מרווח עסקת
החלפה מסוג AS הוא הסכום שבו מחירה של איגרת החוב
הקונצרנית חורג ממחירה של איגרת חוב חסרת סיכון דומה,
כאשר שיעור הריבית חסרת הסיכון נלקח מתוך עקום ה-
LIBOR/swap.

4. עסקאות החלפה מסוג AS

- ניקח שוב את הדוגמא שבטבלה 4:

<i>Time (years)</i>	<i>Default probability</i>	<i>Recovery amount (\$)</i>	<i>Risk-free value (\$)</i>	<i>Loss given default (\$)</i>	<i>Discount factor</i>	<i>PV of expected loss (\$)</i>
0.5	Q	40	106.73	66.73	0.9753	65.08Q
1.5	Q	40	105.97	65.97	0.9277	61.20Q
2.5	Q	40	105.17	65.17	0.8825	57.52Q
3.5	Q	40	104.34	64.34	0.8395	54.01Q
4.5	Q	40	103.46	63.46	0.7985	50.67Q
<i>Total</i>						288.48Q

- כאשר עקום ה- LIBOR/swap שטוח ברמה של 5%.

4. עסקאות החלפה מסוג AS

- נניח שבמקום לדעת את מחיר איגרת החוב, אנחנו יודעים שמרווח עסקת הנכס הוא 150 נקודות בסיס.
- כלומר, הסכום שבו ערכה של איגרת החוב חסרת סיכון עולה על ערכ של איגרת החוב הקונצרנית הווא הערך הנוכחי של 150 נקודות בסיס לשנה למשך 5 שנים.
- אם נניח תשלומים חצי-שנתיים, זה 6.55 דולר לכל 100 דולר קרן.
- סך ההפסד, במקרה זה, יהיה שווה ל- 6.55 דולר.
- לאמור- ההסתברות לחדלות פירעון לשנה, Q , היא $6.55/288.48$ או 2.27%.



"ללא הערכות שווי, ניהול הסיכונים הוא בלתי אפשרי"

John C. Hull (ג'ון הל)

כותב "התנ"ך של הנגזרים" (The derivatives bible),
הספר Options, Futures, and Other Derivatives
2009



רועי פולניצר, FRM, CRM, MBA
בעלים

שווי פנימי

roip@intrinsicvalue.co.il

052.598.1668